

1. feladat

„K” és „O” részvénnel kapcsolatosan az elemzők az alábbi lehetséges hozamokat valószínűsítik.

Valószínűség	"K" részvény	"O" részvény
	Hozam (%)	
0,4	15	-5
0,3	8	18
0,3	2	32

- Számítsa ki, a részvények várható hozamát, és a hozamok szórását!
- Számítsa ki a két részvény hozama közötti korrelációt és kovarianciát!
- Mennyi lenne a portfóliónak a várható hozama és szórása, amely fele-fele arányban tartalmazza a két részvényt?
- Milyen arányban kellene vásárolni a két papírból, ha minimális szórású portfóliót szeretne a befektető összeállítani? Mekkora várható hozamot ígér a portfólió?

Megoldás:

a)

$$\text{Várható hozam: } r_K = 0,4 \cdot 15 + 0,3 \cdot 8 + 0,3 \cdot 2 = \underline{9\%} \quad r_O = 0,4 \cdot (-5) + 0,3 \cdot 18 + 0,3 \cdot 32 = \underline{13\%}$$

Hozamok szórása:

$$\sigma_K^2 = 0,4 \cdot (15-9)^2 + 0,3 \cdot (8-9)^2 + 0,3 \cdot (2-9)^2 = 29,4 \quad \sigma_K = \sqrt{\sigma_K^2} = \sqrt{29,4} = \underline{5,42\%}$$

$$\sigma_O^2 = 0,4 \cdot (-5-13)^2 + 0,3 \cdot (18-13)^2 + 0,3 \cdot (32-13)^2 = 245,4 \quad \sigma_O = \sqrt{\sigma_O^2} = \sqrt{245,4} = \underline{15,67\%}$$

b)

Kovariancia (abszolút szám)

$$\sigma_{KO} = 0,4 \cdot (15-9) \cdot (-5-13) + 0,3 \cdot (8-9) \cdot (18-13) + 0,3 \cdot (2-9) \cdot (32-13) = \underline{-84,6}$$

Korreláció:

$$r_{ko} = \frac{\sigma_{KO}}{\sigma_K \cdot \sigma_O} = \frac{-84,6}{5,42 \cdot 15,67} = \underline{-0,996} \approx -1 \text{ majdnem teljesen korrelálatlan}$$

c)

$$\text{Szórás: } \sigma_p = [0,5^2 \cdot 5,42^2 + 0,5^2 \cdot 15,67^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 5,42 \cdot 15,67]^{1/2} = \sqrt{26,4} = \underline{5,14\%}$$

$$\text{A portfólió várható hozama: } r_p = 0,5 \cdot 9 + 0,5 \cdot 13 = \underline{11\%}$$

d)

X - kötvény súlya a portfólióban:

$$X_K = \frac{\sigma_O^2 - \sigma_{KO}}{\sigma_O^2 + \sigma_K^2 - 2\sigma_{KO}} = \frac{245,4 - (-84,6)}{245,4 + 29,4 + 2 \cdot (-84,6)} = 0,743 = \underline{74,3\%}$$

$$X_K + X_O = 1 \rightarrow X_O = 1 - 0,743 = 0,257 = \underline{25,7\%}$$

$$\text{Minimális szórás: } \sigma_p = [0,743^2 \cdot 29,4^2 + 0,257^2 \cdot 245,4 + 2 \cdot 0,743 \cdot 0,257 \cdot (-84,6)]^{1/2} = \underline{0,31\%}$$

$$\text{Portfólió várható hozama minimális szórás mellett: } r_p = 0,743 \cdot 9 + 0,257 \cdot 13 = \underline{10,03\%}$$

2. feladat

Egy befektető megtakarításainak bizonyos részét értékpapírokba szeretné fektetni. Érdeklődését A és Z társaság részvényei keltették fel. A két részvény hozama közötti korreláció +0,2. A részvény várható hozama 16%, a hozam szórása 15%. Z részvény hozamával kapcsolatosan az alábbi információk állnak rendelkezésre:

Valószínűség	Hozam (%)
0,1	-10
0,4	8
0,3	16
0,2	30

- Számítsa ki Z részvény várható hozamát, és a hozam szórását!

- b) Ha a befektető minimális kockázatú portfóliót akar előállítani, milyen arányban kellene megosztania a pénzét, a két részvény között, és mennyi lenne a kérdéses portfólió hozama és szórása?
- c) Tételezzük fel, hogy a befektetők a két részvényből 15%-os várható hozamú portfóliót akar összeállítani. Milyen kockázat (szórás) mellett érheti el ezt a hozamot?

Megoldás:

a) Z részvény várható hozama: $\bar{r}_Z = 0,1 \cdot (-10) + 0,4 \cdot 8 + 0,3 \cdot 16 + 0,2 \cdot 30 = \underline{13\%}$

Z szórása: $\sigma_Z = [0,1 \cdot (10-13)^2 + 0,4 \cdot (8-13)^2 + 0,3 \cdot (16-13)^2 + 0,2 \cdot (30-13)^2]^{1/2} = \sqrt{123,4} = \underline{11,11\%}$

b) $\sigma_{AZ} = \rho_{AZ} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_Z = 0,2 \cdot 15 \cdot 11,11 = \underline{33,33\%}$

$$X_Z = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_{AZ}}{\sigma_A^2 + \sigma_Z^2 - 2\sigma_{AZ}} = \frac{225 - 33,33}{225 + 123,4 + 2 \cdot 33,33} = 0,68 = \underline{68\%}$$

$$X_A + X_Z = 1 \rightarrow X_A = 1 - 0,68 = 0,32 = \underline{32\%}$$

Portfólió hozama: $\bar{r}_P = 0,32 \cdot 16 + 0,68 \cdot 13 = \underline{13,69\%}$

Szórása: $\sigma_P = [0,32^2 \cdot 225 + 0,68^2 \cdot 123,4 + 2 \cdot 0,32 \cdot 0,68 \cdot 33,33]^{1/2} = \sqrt{94,6} = \underline{9,73\%}$

c) $X_A + X_Z = 1 \quad 15 = X_A \cdot 16 + X_Z \cdot 13 \rightarrow X_A = 2/3 \quad X_Z = 1/3$

Szórása: $\sigma_P = [0,667^2 \cdot 225 + 0,333^2 \cdot 123,4 + 2 \cdot 0,333 \cdot 0,667 \cdot 33,33]^{1/2} = \sqrt{128,52} = \underline{11,37\%}$

3. feladat

Három részvényből álló portfólióval kapcsolatos főbb információk:

Részvény	Súlyarány	r %	σ %	Korreláció a részvények között		
				A	B	C
A	0,5	10	20	1,0	0,5	0,3
B	0,3	15	30	0,5	1,0	0,1
C	0,2	20	40	0,3	0,1	1,0

- a) Számítsa ki a portfólió várható hozamát!
- b) Írja fel a három részvényre vonatkozóan a variancia - kovariancia mátrixot!
- c) Számítsa ki a portfólió szórását!
- d) Az egyes értékpapírok hogyan járulnak hozzá a portfólió hozamának varianciájához?

Megoldás:

	A	B	C
A	σ_A^2	σ_{BA}	σ_{CA}
B	σ_{AB}	σ_B^2	σ_{CB}
C	σ_{AC}	σ_{BC}	σ_C^2

$$\sigma_{AC} = \sigma_{CA} = \delta_{AC} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_C \quad \sigma_{BC} = \sigma_{CB} \quad \sigma_{AB} = \sigma_{BA} \quad \sigma_{AA} = \sigma_A \cdot \sigma_A \cdot \delta_{AA} = \sigma_A^2 \quad (\delta_{AA}=1)$$

a) Portfólió hozama: $\bar{r}_P = 0,5 \cdot 10 + 0,3 \cdot 15 + 0,2 \cdot 20 = \underline{13,5\%}$

b)

	A	B	C
A	400	300	240
B	300	900	120
C	240	120	1600

$$\sigma_{AB} = 0,5 \cdot 20 \cdot 30 = \underline{300}$$

$$\sigma_{AC} = 0,3 \cdot 20 \cdot 40 = \underline{240}$$

$$\sigma_{BC} = 0,1 \cdot 30 \cdot 40 = \underline{120}$$

c)

$$\sigma_P^2 = [0,5 \cdot 0,5 \cdot 400 + 0,5 \cdot 0,3 \cdot 300 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 240 + 0,3 \cdot 0,5 \cdot 300 + 0,3 \cdot 0,3 \cdot 900 + 0,3 \cdot 0,2 \cdot 120 + 0,2 \cdot 0,5 \cdot 240 + 0,2 \cdot 0,3 \cdot 120 + 0,2 \cdot 0,2 \cdot 1600] = 397,4$$

Portfólió szórása: $\sigma_P = \sqrt{397,4} = \underline{19,93\%}$

d)

A	169,0	42,53%
B	133,0	33,52%
C	95,2	23,95%
Összesen:	397,4	100,00%